

基于图像分解的稀疏正则化多区域图像分割方法

李亚峰

(宝鸡文理学院计算机学院, 陕西宝鸡 721016)

摘要: 针对图像具有不同特征的成分, 提出一种基于图像分解的多区域图像分割模型和算法. 首先将图像分解项引入到图像分割模型中, 递减了纹理和噪声对分割的影响; 其次使用稀疏正则化方法保持分割区域的边缘几何结构; 最后基于增广 Lagrange 乘法, 给出一种由扩散流引导的小波迭代阈值图像分割算法. 一系列实验结果表明, 提出的方法抗干扰能力强, 对噪声具有更好的鲁棒性. 提出的方法不仅能够分割结构图像, 并且能够分割较复杂的纹理图像.

关键词: 图像分割; 图像分解; 稀疏表示; 小波; 变分模型

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)09-1841-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.09.024

A Sparsity Regularized Multiregion Image Segmentation Method Based on Image Decomposition

LI Ya-feng

(Department of Computer Science, Baoji University of Arts and Science, Baoji, Shaanxi 721016, China)

Abstract: Taking into account different feature components of images this paper presents a multiregion image segmentation model and algorithm based on image decomposition. Firstly, we introduce image decomposition term into the proposed image segmentation model. Image decomposition term can reduce the influence of texture and noise on our segmentation tasks. Secondly, we use sparsity regularization method to protect the edges and shape of the segmented regions. Finally, based on the augmented Lagrange multiplier method, we present an iterative wavelet shrinkage image segmentation algorithm which is guided by a diffusion flow. A series of experimental results show that the proposed method has strong anti-interference ability and it is more robust to noise. The proposed method can segment not only images with simple construction but also complex texture images.

Key words: image segmentation; image decomposition; sparse representation; wavelet; variational model

1 引言

图像分割是图像处理与计算机视觉中最为基础和重要的研究内容之一, 它是对图像进行视觉分析和模式识别的基本前提. 图像分割的目标是将图像划分成各具特性的区域. 图像分割的难点在于图像的复杂性和多样性. 特别, 由于图像纹理区域的存在, 使图像同质区域的灰度信息不均匀和弱边界问题更加突出, 进一步增加了图像分割的难度. 到目前为止, 人们已经提出了很多图像分割方法, 基于变分模型的分割方法是近年来图像分割的研究热点之一^[1~7]. 该方法可分为两类: 一类是硬分割, 例如: 水平集方法^[1,2], 正玄势函数法^[3]; 另一类是

软分割(也称为模糊分割), 例如: 使用可以相互重叠的隶属度函数来表示分割区域^[4~7]. 由于隶属度函数的灵活可变性, 软分割比硬分割有更快的处理速度和更好的分割效果^[5,6]. 近年来, 多区域软分割技术引起了众多学者的关注. 给定原始图像 $f(x): \Omega \rightarrow \mathbf{R}^+ \cup \{0\}$, 假定图像分割区域数 N 已知, Li 和 Ng 等人^[5] 提出下面的多区域图像分割的模糊区域竞争变分模型:

$$\min_{0 \leq I_i \leq 1} \left\{ \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} |\nabla I_i(x)| dx + \lambda \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (f(x) - m_i)^2 I_i(x) dx + \frac{\gamma}{2} \int_{\Omega} \left(\sum_{i=1}^N I_i(x) - 1 \right)^2 dx \right\}. \quad (1)$$

这里, 第一项是全变差 (TV) 正则项, 隶属度函数 $I_i(x) \in [0, 1]$, 它指示图像的分割子区域 $\Omega_i (i = 1, 2, \dots, N)$.

第二项是保真项(数据竞争项),误差函数 $r_i(x) = (f(x) - m_i)^2$, m_i 表示子区域 Ω_i 的灰度均值,即模型假设图像是分片常值图像,因此使用分片常值函数逼近原始图像.第三项是二次惩罚项,其作用是保证归一化约束 $\sum_{i=1}^N I_i(x) \approx 1$. 该模型可以使用 Chambolle 对偶算法求解^[8]. 模型式(1)有三个主要的缺点:(1)由于实际图像的复杂性,使用分片常值函数并不能很好地逼近原始图像,例如具有震荡成分的纹理图像和亮度非均匀图像,这些图像是自然图像和医学图像中常有的图像成分,这些常见类型的图像显然不符合模型式(1)的假设,从而导致模型式(1)失败于分割这些图像.(2)基于 TV 正则约束,容易造成分割边界的模糊和移位.(3)为保证归一化约束,参数 η 必须取很大,这会产生计算的稳定性问题.最近, Jung 和 Kang 等人^[9]在保真项中使用 $L1$ 度量,研究了误差函数 $r_i(x) = |f(x) - m_i|$, 实验中针对低对比度和被脉冲噪声污染的图像给出了使用 $L1$ 度量的优势.进一步, Jung 和 Kang^[10]使用 $L1$ 度量的保真项和非凸正则项给出一种图像恢复与分割方法,实验中验证了非凸正则项的有效性.然而,这些工作仍然假设图像是分片常值函数,因此这些方法不适合分割包含纹理特征成分的图像.纹理图像分割问题的大部分研究是以统计方法及纹理特征分析^[11,12]为主要手段,通过提取特定的纹理特征量,再基于特征量空间,进行图像分割.本文将结合图像分割和图像分解的变分模型,给出一种新的思路来处理图像分割问题.

与图像分割不同,图像分解的目标是分离图像中具有不同特征的成分(different layers separation).图像分解方法在图像处理和模式识别的各个领域得到不断的发展和应用.近年来,图像分解成为低层视觉和图像处理中一项新的前沿领域.对一般图像而言,包含两种基本成分,即结构成分和纹理成分.图像分解的基本问题是图像的结构-纹理分解,可以模型化为 $f = u + v$, 其中, f 是观测图像, u 是 f 的结构部分,包含了图像主要的几何特征信息,由分片光滑的区域及清晰的边缘构成, v 是振荡纹理或高斯白噪声. Meyer^[13]从理论上对图像的结构-纹理分解进行了阐述,并使用计算调和与分析中的 G 空间刻画纹理或噪声. Meyer 的理论指出纹理部分在 G 空间的范数 $\|\cdot\|_G$ 度量下较小,结构部分在 BV (Bounded Variation) 半范 $|\nabla \cdot|_1$ 的度量下较小, ∇ 表示梯度算子.因此在 ROF^[14]模型的基础上, Meyer 给出了图像结构-纹理分解模型:

$$\min_{u,v} \{E(u,v) = |\nabla u|_1 + \lambda \|v\|_G, u+v=f\} \quad (2)$$

这里 f 为观测图像, λ 是平衡参数, u 是结构部分, v 是纹理部分.由于 Meyer 模型中刻画纹理部分 G 空间的特

殊形式,该模型没有标准的 Euler-Lagrange 方程,从而难以数值求解. S. Osher 等人^[15]提出了一种基于全变差极小化和用 H^{-1} 范数代替 G 范数的图像分解模型(简称 OSV 模型):

$$\inf_{u \in BV} \{E(u) = |\nabla u|_1 + \lambda \|f - u\|_{H^{-1}}^2\} \quad (3)$$

其中 $\|f - u\|_{H^{-1}}^2 = \int_{\Omega} |\nabla(\Delta^{-1}(f(x) - u(x)))| dx|^2$, Δ^{-1} 表示 Laplacian 逆算子.模型式(3)有明确的 Euler-Lagrange 方程,容易求解.

图像分解方法已在图像处理和模式识别中得到广泛地应用,包括图像超分辨、图像恢复、Compressed sensor(CS)、人脸识别等等,然而图像分解在图像分割中的应用仍没有很好地研究.考虑到图像具有不同特征的成分,本文在模糊区域竞争模型框架下,结合图像分解模型式(3),给出一种更合理、更有效的图像分割模型和分割算法.由于新模型中引入了图像分解项,使得本文方法不仅能够分割结构简单的图像,并且能够分割较复杂的纹理图像.

2 新模型

一般图像通常含有两种基本成分,结构成分和纹理成分.使用分片常值函数并不能很好的逼近原始图像.为了保持分割区域的边缘,考虑到图像结构和纹理成分并存现象,本文提出下面的多区域图像分割模型:

$$\begin{aligned} \min_{I_i, u, m_i} \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{\gamma \in \Gamma} |(I_i)_{\gamma}| + \lambda \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (u(x) - m_i)^2 I_i(x) dx \right. \\ \left. + \alpha \int_{\Omega} |\nabla u(x)| dx + \beta \int_{\Omega} |\nabla(\Delta^{-1}(f(x) - u(x)))|^2 dx \right\}, \\ \text{s.t. I. } \sum_{i=1}^N I_i(x) = 1, \quad \text{II. } 0 \leq I_i(x) \leq 1, i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (4)$$

这里,第一项为正则项,第二项为保真项(数据竞争项),第三、四项为图像分解项.在第一项正则项中, $(I_i)_{\gamma}$ 表示隶属度函数 $I_i(x)$ 的多尺度几何变换(小波)分解系数,隶属度函数 $I_i(x) \in [0, 1]$, 它指示图像的分割子区域 $\Omega_i (i = 1, 2, \dots, N)$, $\sum_{\gamma \in \Gamma} |(I_i)_{\gamma}|$ 为稀疏正则化约束, Γ 表示分解系数指标集.在稀疏约束下,可以更好地保持分割区域的边界,克服了全变差正则导致分割边界过于光滑的缺点.在第二项数据项中, $u(x)$ 表示原始图像的结构成分, m_i 表示子区域 Ω_i 的灰度均值.数据项的其它形式同样可以在本文的框架下讨论,例如文献[4,6,9]中的参数模型.第三、四项为图像分解能量泛函,结构部分 $u(x)$ 用 BV 半范 $|\nabla \cdot|_1$ 度量,纹理部分 $f(x) - u(x)$ 用 H^{-1} 范数度量. λ, α, β 是平衡参数.由模型式(4)可以看到,分解模型与分割模型的耦合统一了图像的分解和分割.使用分片常值函数逼近原始

图像的分片光滑成分 $u(x)$ (结构成分), 在图像分解的同时进行图像分割. 注意到, 在模型式(4)中, 结构部分 u 是要优化的变量, 由于图像分解和图像分割的耦合, 通过优化得到图像的结构部分 u 更接近分片常数 m_i , 这更有利于隶属度函数 I_i 对分割区域的表示. 图像分解模型的引入, 克服了模型式(1)不适合分割结构与纹理并存图像的这一缺点, 使得新模型更符合实际图像的特点, 更加合理. 文献[7]使用隶属度函数的小波系数稀疏正则, 克服了 TV 正则造成边界的模糊和移位等缺点. 本文的模型式(4)也使用了小波系数稀疏正则. 与文献[7]中方法不同, 模型式(4)中引入了图像分解项, 这是本文模型的主要贡献.

3 算法

基于增广 Lagrange 乘子法^[16], 这一节给出求解模型式(4)的详细算法. 首先, 引入辅助函数 $h_i(x)$, $i = 1, 2, \dots, N$, 通过添加恒等约束条件 III. $I_i(x) = h_i(x)$, $i = 1, 2, \dots, N$, 模型式(4)等同于下面的模型

$$\begin{aligned} \min_{I_i, u, m_i} & \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{\gamma \in \Gamma} |(h_i)_\gamma| + \lambda \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (u(x) - m_i)^2 I_i(x) dx \right. \\ & \left. + \alpha \int_{\Omega} |\nabla u(x)| dx + \beta \int_{\Omega} |\nabla(\Delta^{-1}(f(x) - u(x)))|^2 dx \right\} \\ \text{s.t.} & \quad \text{I. } \sum_{i=1}^N I_i(x) = 1, \quad \text{II. } 0 \leq I_i(x) \leq 1, \\ & \quad \text{III. } I_i(x) = h_i(x), i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $(h_i)_\gamma$ 表示辅助函数 $h_i(x)$ 的小波变换分解系数. 在模型式(4)中, 为满足约束条件 II, 在迭代算法中使用投影公式 $I_i(x) = \min\{\max\{I_i(x), 0\}, 1\}$, 将隶属度函数投影到区间 $[0, 1]$. 为满足约束条件 I, III, 使用增广 Lagrange 乘子法^[16], 增加二次惩罚项, 并引入函数 $b(x)$ 和 $d_i(x)$, $i = 1, 2, \dots, N$, 来更新迭代过程. 为了书写简单, 下面有些地方省去变量 x , 使用上标 (k) 表示第 k 次更新结果. 给定初始值 $b^{(0)}$, $d_i^{(0)}$, $I_i^{(0)}$, $h_i^{(0)}$, $m_i^{(0)}$, $i = 1, 2, \dots, N$, 求解模型式(5)的迭代公式如下:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} u^{(k+1)}, m_i^{(k+1)}, \\ I_i^{(k+1)}, h_i^{(k+1)} \end{array} \right\} &= \arg \min_{u, m_i, I_i, h_i} \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{\gamma \in \Gamma} |(h_i)_\gamma| \right. \\ &+ \lambda \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (u(x) - m_i)^2 I_i(x) dx \\ &+ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u(x)| dx + \beta \int_{\Omega} |\nabla(\Delta^{-1}(f(x) - u(x)))|^2 dx \\ &+ \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (h_i - I_i - d_i^{(k)})^2 dx \\ &\left. + \frac{\eta}{2} \int_{\Omega} (1 - \sum_{i=1}^N I_i - b^{(k)})^2 dx \right\} \\ d_i^{(k+1)} &= d_i^{(k)} + I_i^{(k+1)} - h_i^{(k+1)}, i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (6)$$

$$b^{(k+1)} = b^{(k)} + \sum_{i=1}^N I_i^{(k+1)} - 1 \quad (8)$$

$$I_i^{(k+1)} = \min\{\max\{I_i^{(k+1)}, 0\}, 1\} \quad (9)$$

$$k = k + 1 \quad (10)$$

其中参数 μ 和 η 为惩罚参数, 通过函数 $b(x)$ 和 $d_i(x)$ 的引入, 避免惩罚参数选取过大造成数值计算的不稳定. 由迭代系统式(6)~(10)容易看到, 若 $d_i^{(k)}$, $b^{(k)}$ 收敛于 0, 则 $I_i^{(k)}$ 和 $\sum_{i=1}^N I_i^{(k)}$ 分别收敛于 $h_i^{(k)}$ 和 1. 迭代系统式(6)~(10)的收敛解等同于模型式(5)的解. 下面给出求解模型式(6)的算法. 模型式(6)是一个多变量的联合优化问题, 本文采用交替最小化方法求解, 从而模型式(6)分解为 4 个子问题. 下面分析每一个子问题.

子问题 1(固定变量 m_i, I_i, h_i) 由模型式(6)得到下面的子优化问题

$$\begin{aligned} u^{(k+1)} &= \arg \min_u \left\{ E(u) = \lambda \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (u(x) - m_i^{(k)})^2 I_i(x) dx \right. \\ &\left. + \alpha \int_{\Omega} |\nabla u(x)| dx + \beta \int_{\Omega} |\nabla(\Delta^{-1}(f(x) - u(x)))|^2 dx \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

该问题可以通过扩散流来求解能量泛函的最小值点. 令 $E'(u) = 0$, Euler-Lagrange 方程为

$$\begin{aligned} 2\beta\Delta^{-1}(f(x) - u(x)) &= \alpha \operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right) \\ &+ 2\lambda \sum_{i=1}^N (u(x) - m_i^{(k)}) I_i^{(k)}(x) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial \operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right)}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega} = 0$$

式(12)两边同乘以 Laplacian 算子 Δ 有

$$\begin{aligned} 2\beta(f(x) - u(x)) &= \alpha \Delta \operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right) \\ &+ 2\lambda \Delta \sum_{i=1}^N (u(x) - m_i^{(k)}) I_i^{(k)}(x) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{s.t.} \quad \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial \operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right)}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega} = 0$$

式(13)相应的扩散流为

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= 2\beta(f(x) - u(x)) - \alpha \Delta \operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right) \\ &- 2\lambda \Delta \sum_{i=1}^N (u(x) - m_i^{(k)}) I_i^{(k)}(x) \end{aligned} \quad (14)$$

由式(14), 得到式(11)的解 $u^{(k+1)}$. 注意到, 由于图像分解和图像分割的耦合, 扩散流式(14)中增加了数据竞争项, 使得优化的结构部分 $u^{(k+1)}$ 在第 i 个分割区域内更接近常数 $m_i^{(k)}$ ($i = 1; N$), 这将更有利于图像分割, 子问题 1 保证了图像分解与图像分割的相互作用.

子问题 2(固定变量 u, I_i, h_i) 由模型式(6)得到下面的子优化问题

$$m_i^{(k+1)} = \arg \min_{m_i} \left\{ \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (u^{(k+1)}(x) - m_i)^2 I_i^{(k)}(x) dx \right\}$$

$$i = 1, 2, \dots, N. \quad (15)$$

这是一个关于 m_i 的可微优化问题,可以得到解的显示表达式

$$m_i^{(k+1)} = \frac{\int_{\Omega} u^{(k+1)}(x) I_i^{(k)}(x) dx}{\int_{\Omega} I_i^{(k)}(x) dx}, i = 1, 2, \dots, N \quad (16)$$

子问题 3(固定变量 u, m_i, h_i) 由模型式(6)得到下面的子优化问题

$$I_i^{(k+1)} = \arg \min_{I_i} \left\{ \lambda \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (u^{(k+1)}(x) - m_i^{(k+1)})^2 I_i(x) dx \right. \\ \left. + \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (h_i^{(k)} - I_i - d_i^{(k)})^2 dx \right. \\ \left. + \frac{\eta}{2} \int_{\Omega} (1 - \sum_{i=1}^N I_i - b^{(k)})^2 dx \right\} \quad (17)$$

这是一个关于 I_i 的可微优化问题,记 $r_i^{(k+1)} = (u^{(k+1)}(x) - m_i^{(k+1)})^2$,通过 Euler-Lagrange 方程和表达式的变形,可以得到解的显示表达式

$$I_i^{(k+1)} = \frac{-\lambda r_i^{(k+1)} + \mu(h_i^{(k)} - d_i^{(k)}) + \eta(1 - b^{(k)})}{\mu} \\ - \frac{\eta}{\mu} \frac{-\lambda \sum_{i=1}^N r_i^{(k+1)} + \mu \sum_{i=1}^N (h_i^{(k)} - d_i^{(k)}) + N\eta(1 - b^{(k)})}{\mu + N\eta} \quad (18)$$

子问题 4(固定变量 u, m_i, I_i) 由模型式(6),得到下面的子优化问题

$$\{h_i^{(k+1)}\}_{i=1, \dots, N} = \arg \min_{\{h_i\}_{i=1, \dots, N}} \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{\gamma \in \Gamma} |(h_i)_{\gamma}| \right. \\ \left. + \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} (h_i - I_i^{(k+1)} - d_i^{(k)})^2 dx \right\} \quad (19)$$

式(19)可以解耦为

$$h_i^{(k+1)} = \arg \min_{h_i} \left\{ \sum_{\gamma \in \Gamma} |(h_i)_{\gamma}| \right. \\ \left. + \frac{\mu}{2} \int_{\Omega} (h_i - I_i^{(k+1)} - d_i^{(k)})^2 dx \right\}, \\ i = 1, 2, \dots, N \quad (20)$$

使用带有下标 γ 的符号表示函数小波变换的分解系数,利用小波变换的 Parseval 等式,并进一步解耦,式(20)可以写为

$$(h_i^{(k+1)})_{\gamma} = \arg \min_{(h_i)_{\gamma}} \left\{ |(h_i)_{\gamma}| + \frac{\mu}{2} (h_i - I_i^{(k+1)} - d_i^{(k)})^2 \right\} \\ \forall \gamma \in \Gamma, i = 1, 2, \dots, N \quad (21)$$

式(21)是经典的 L1 优化问题,通过软阈值^[17]可以得到式(21)的解.记软阈值算子为 $T_{1/\mu}$,即 $T_{1/\mu}(\beta) = \text{sign}(\beta)(|\beta| - 1/\mu)_+$,因此对所有指标 $\gamma \in \Gamma, i = 1, 2, \dots, N$,式(19)的解为

$$(h_i^{(k+1)})_{\gamma} = T_{1/\mu}((I_i^{(k+1)} + d_i^{(k)})_{\gamma}) \quad (22)$$

由以上分析和迭代系统式(6)~(10)求解模型式(5)的算法综述如算法 1

算法 1 求解多区域图像分割模型式(5)的算法

输入 待分割图像 f , 参数 $N, \mu, \eta, \lambda, \alpha, \beta$, 小波变换 $\{\psi_{\gamma}\}_{\gamma \in \Gamma}$.

初始化: $b^{(0)}, d_i^{(0)}, I_i^{(0)}, h_i^{(0)}, m_i^{(0)}, i = 1, 2, \dots, N$, 令 $k = 0$.

迭代

1. 由式(14),计算 $u^{(k+1)}$ (需内部迭代).
2. 由式(16),计算 $m_i^{(k+1)}, i = 1, 2, \dots, N$.
3. 由式(18)计算, $I_i^{(k+1)}, i = 1, 2, \dots, N$.
4. 使用小波变换得到小波系数 $(I_i^{(k+1)} + d_i^{(k)})_{\gamma}$, 由式(22)计算 $(h_i^{(k+1)})_{\gamma}$, 使用小波逆变换得到 $h_i^{(k+1)}, i = 1, 2, \dots, N$.
5. 由式(7),计算 $d_i^{(k+1)}, i = 1, 2, \dots, N$.
6. 由式(8),计算 $b^{(k+1)}$.
7. $I_i^{(k+1)} = \min\{\max\{I_i^{(k+1)}, 0\}, 1\}, i = 1, 2, \dots, N$.
8. $k = k + 1$.

直到满足 $\sum_{i=1}^N (I_i^{(k+1)} - I_i^{(k)})^2 < \epsilon$ 或达到固定的迭代次数.

输出 $I_i (i = 1, 2, \dots, N), u(x), f(x) - u(x)$.

算法 1 使用增广 Lagrange 乘子法和小波阈值,给出模型式(5)的求解方法.提出算法容易扩展到使用其它多尺度几何变换^[18]的算法.从算法的细节描述上来看,该算法本质上是一种由扩散流引导的小波迭代阈值算法.该算法的主要特点如下:(1)新算法是一个交替最小化过程,耦合了图像分解和图像分割,与传统图像分割算法不同,新算法通过扩散流的引导和校正对图像进行分割.(2)该算法基于增广 Lagrange 乘子法,避免参数取值过大造成数值不稳定问题.(3)由理论分析可以看到,通过迭代系统式(6)~(10)可以得到模型式(5)的解.式(6)真正的解需要通过交替迭代方法才能得到,即在算法 1 中,重复迭代第 1 步到第 4 步,直到收敛,才能得到式(6)的解.在算法 1 中没有这个迭代过程,由第 1 步到第 4 步之后直接进行其它变量的更新,并且扩散流(第 1 步)也只需固定的迭代次数即可,在实验中我们经验地固定扩散流迭代次数为 20 次.尽管从理论上难以证明迭代的收敛性,但实际算例表明算法 1 较快地收敛到稳定点.

4 数值实验

这一节使用本文算法、文献[7]中的算法(简称稀疏正则算法)、TV 正则算法^[5]、水平集算法^[2]对给定的测试图像做分割实验.与这三种算法比较的原因是:(1)这三种算法在大量的测试图像上获得了较好的分割结果.(2)TV 正则算法、水平集算法是基于变分的图像分割算法中较典型且重要的算法.(3)TV 正则化算

法、稀疏正则算法和本文算法都是基于模糊区域竞争框架的算法,更具有比较性.其中,水平集算法代码下载于 <http://www.engr.uconn.edu/~cmli/>,TV 正则算法、稀疏正则算法和本文算法的实现是在同一环境和条件下编写.所有实验是在 CPU 为 Intel 1.73GHz,编程环境为 Matlab 7.0 下运行实现的结果.

4.1 参数选择与初始化

算法 1 中的参数 $N, \mu, \eta, \lambda, \alpha, \beta$ 需要预先设定.在模糊区域竞争框架下,分割区域数 N ,假设是已知的.由于新算法使用增广 Lagrange 乘法,惩罚参数 μ, η 的选择对实验结果的影响较小,通过大量的实验,我们发现 μ, η 能够固定为常数 $\mu = 10, \eta = 10$.参数 λ 主要起着平衡数据竞争项和正则项的作用.由扩散流(14)看到,参数 α, β, λ 决定了结构-纹理分解的过程,需要根据具体纹理尺度来设定.在所有实验里,固定参数 $\alpha = 1, \lambda \in [1, 500]$,则结构纹理分解的尺度主要由参数 β 确定,称参数 β 为纹理尺度参数.当参数 β 越大,则图像纹理部分 H^{-1} 范数在总模型能量中所占比例较大,最小化能量泛函式(11)的过程迫使图像纹理部分的能量相对较小,因此得到较小尺度的纹理成分.同理,当参数 β 较小,得到较大尺度的纹理成分.由以上分析,在实验中需要调节的参数只有两个:一个是参数 λ ,另一个是纹理尺度参数 β .大量实验表明,选择 $\lambda \in [1, 500]$,纹理尺度参数 $\beta \in \{10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-6}\}$ 可以给出满意的分割结果.为了公平比较和简化初始化方法,所有实验 $I_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 的初始化均采用相同,不相互重叠的 $I_i^{(0)}$,且

$$h_i^{(0)} = I_i^{(0)}, m_i^{(0)} = \frac{\int_{\Omega} f(x) I_i^{(0)}(x) dx}{\int_{\Omega} I_i^{(0)}(x) dx},$$

$$d_i^{(0)} = 0, b^{(0)} = 0, i = 1, 2, \dots, N.$$

实验中统一选取 DB3 小波变换,3 层小波分解.

4.2 实验结果与分析

图 1(a)和图 1(d)(256 × 256)分别为带有不同强度高斯白噪声的测试图像.在不同强度的噪声下,使用本文算法和稀疏正则算法进行图像分割实验.从实验结果可以看到,当高斯噪声强度相对较低时($\sigma = 30$),两种方法得到了几乎相当的分割结果.当高斯噪声强度较高时($\sigma = 100$),本文算法给出了较好的分割结果,稀疏正则算法失败于分割强噪声图像.由于图像分解项的引入,本文算法在迭代优化过程中将一部分噪声分离出来,降低了噪声对分割结果的影响.图 1(k)和图 1(l)为强噪声下稀疏正则算法优化的隶属度函数 I_1 和 I_2 .实验结果说明,通过引入图像分解项,本文算法对强噪声具有更好的鲁棒性.

图 2(a)(125 × 125)和图 3(a)(125 × 125)为包含纹理成分的两个测试图像.图 2 和图 3 给出了使用本文算法,稀疏正则算法,TV 正则算法和水平集算法,在这两个测试图像上的实验结果比较.实验结果表明,本文算法比稀疏正则算法和 TV 正则算法的分割结果更加准确,克服了纹理成分对分割结果的干扰.本文算法与水平集算法得到了相当的分割结果,然而从细节上可以看到,本文算法的结果更加完整(例如,图 2(b)与图 2(e)纹理块下方的对比),并且本文方法的速度更快于水平集算法(见表 1).

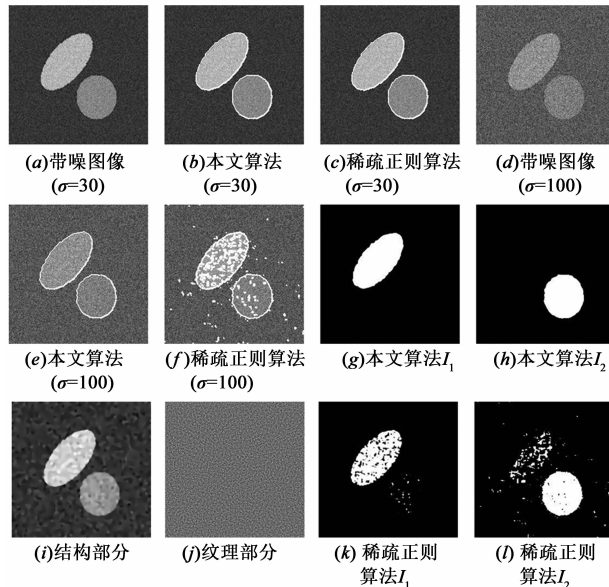


图 1 多区域噪声图像的分割实验

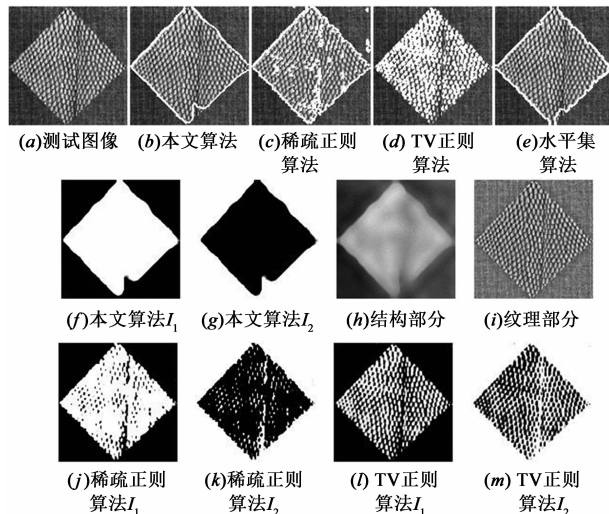


图 2 两区域纹理图像的分割对比实验

图 4(a)(125 × 125)为包含了三种纹理成分的测试图像,可以看到测试图像中不同纹理成分相互遮挡,增加了分割的难度.实验给出了本文算法,稀疏正则算

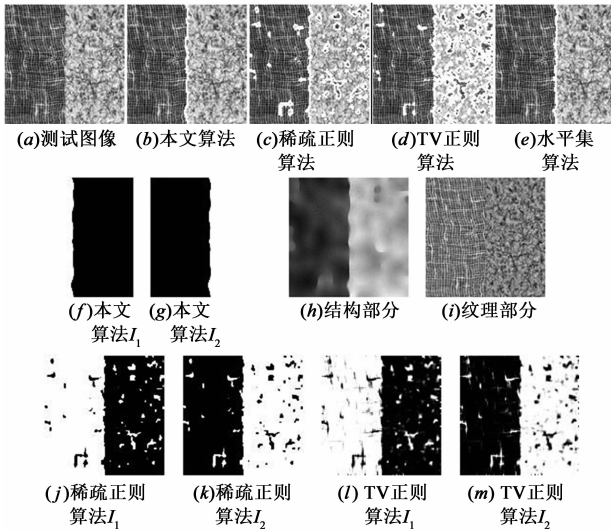


图3 两区域纹理图像的分割对比实验

法,TV正则算法和水平集算法的实验结果比较.实验结果表明,由于本文算法引入了图像分解过程,将纹理成分的特征分离出去,降低了纹理成分对分割的干扰,本文算法比稀疏正则算法和TV正则算法的分割结果更优,与水平集算法的分割结果相当,但速度更快于水平集算法(见表1).

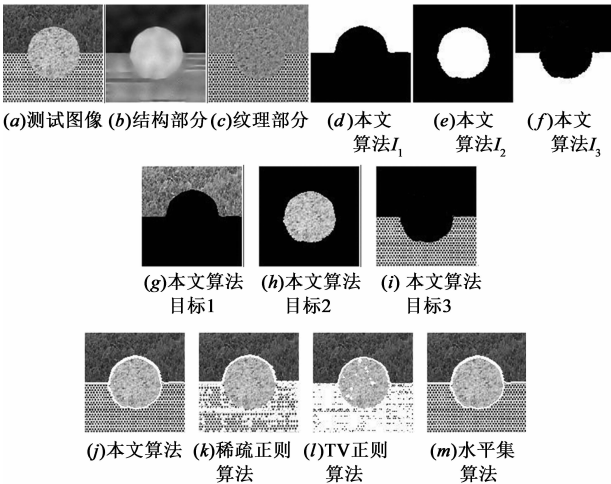


图4 多区域纹理图像的分割对比实验

从图5a(243×303)可以看到,测试图像背景包含了纹理成分,这些纹理成分会对分割结果造成一定的影响.图5给出了本文算法,稀疏正则算法,TV正则算法和水平集算法的实验结果比较.由于纹理成分的存在,稀疏正则算法和TV正则算法的分割结果出现小的分割区域(图5(c)和图5(d)).由图5(b)和图5(e)可以看到,本文算法和水平集算法的分割结果没有出现小的分割区域,本文算法和水平集算法的分割结果更加完整、准确.

以上实验验证了本文算法的有效性和优势.对于其它类型的测试图像,例如医学图像图6(a)(225×193),本文算法的分割结果和稀疏正则算法、水平集算法相当,更优于TV正则算法.图6给出大脑MRI图像的分割对比实验.



图5 多区域图像的分割对比实验

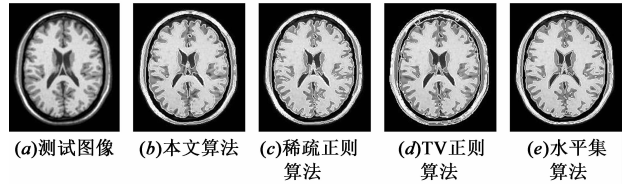


图6 大脑MRI图像的分割对比实验

已有的图像分割量化评估方法都是基于硬分割的评估标准.基于软分割的评估方法,并没有很好的研究.为了使用现有的硬分割评价标准并简化问题的复杂性,对不同的隶属度函数,使用统一的硬阈值 $\rho = 0.5$ 进行二值化处理(若隶属度函数的值大于等于0.5,则其置值为1,若隶属度函数的值小于0.5,则其置值为0),用二值化的隶属度函数表示分割区域.本文采用一种比较常用的图像分割精度的评价方法—Jaccard similarity(JS)方法,对图像的分割精度进行了定量分析,其度量公式为

$$J(S_1, S_2) = |S_1 \cap S_2| / |S_1 \cup S_2|, \quad (23)$$

其中 S_1, S_2 分别表示已分割部分和标准分割模板,即使用分割算法得到的结果与标准分割结果进行比较, $|*|$ 表示相应区域中的像素点个数,该参数越高说明分割精度越准确.由表1的大部分数据来看,本文方法的JS指标有明显的提升,这与本文理论分析和直观定性结果保持一致.我们也给出了一些其它指标,例如:实验的运行时间和迭代次数.表2列出实验的运行时间和迭代次数比较.稀疏正则算法不需要内部迭代,用时最少.TV正则算法使用Chambolle对偶算法求解子问题,需要内部迭代,速度慢于稀疏正则算法.由于本文算法中包含图像分解过程,需要内部迭代,在大部分测试图像上,速度慢于稀疏正则算法和TV正则算法.水平集算法迭代次数较多,且收敛速度慢,用时较多.

本文方法中的两个关键参数是纹理尺度参数 β 和参数 λ .为了说明这两个参数的作用,下面两组实验,分别给出不同纹理尺度参数 β 和参数 λ 的实验结果.

表 1 JS 指标对比

	本文算法	稀疏正则算法	TV 正则算法
图 1(a)	0.9521	0.9530	0.9518
图 1(d)	0.9311	0.8564	0.8925
图 2(a)	0.9378	0.8502	0.7821
图 3(a)	0.9720	0.8815	0.8824
图 4(a)	0.9127	0.7914	0.6578

首先,在这个实验中,图 7 给出本文方法使用固定的参数 $\lambda = 100$ 和不同的纹理尺度参数 $\beta \in \{10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-6}\}$ 的实验结果,并比较本文方法与稀疏正则算法.从实验结果可以看到,本文方法中,参数 β 越小,分割的尺度越大,参数 β 越大,分割的尺度越小.由图 7(f) - (h),可以看到,当参数 $\beta = 10^{-6}$ 时,本文方法给出了满意的分割结果.对比于本文方法,稀疏正则算法没

有引入图像分解项,该方法是在原始图像的尺度上做分割.由于测试图像包含纹理成分并具有一定的亮度非均匀性,使用稀疏正则算法难以得到满意的分割结果(见图 7(e)).

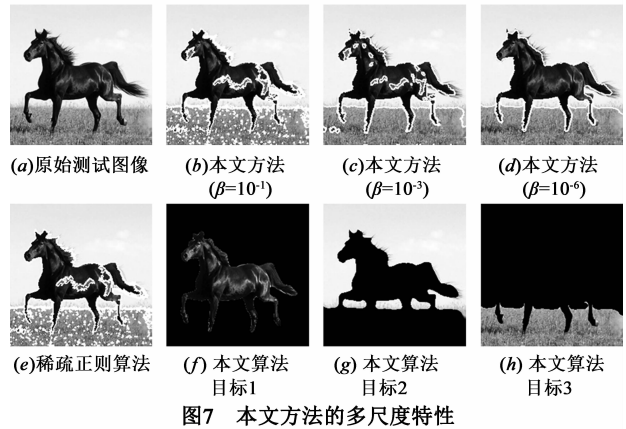


图 7 本文方法的多尺度特性

表 2 迭代次数和 CPU 时间对比

	本文算法		稀疏正则算法		TV 正则算法		水平集算法	
	迭代次数	CPU 时间/s	迭代次数	CPU 时间/s	迭代次数	CPU 时间/s	迭代次数	CPU 时间/s
图 2(a)	30	43.36	30	7.41	40	12.62	60	45.97
图 3(a)	20	41.26	30	8.83	30	10.64	100	60.98
图 4(a)	20	29.30	20	6.77	60	29.45	200	41.32
图 5(a)	50	55.07	50	30.40	50	76.03	150	78.36
图 6(a)	20	19.20	20	9.43	20	14.52	40	81.49

模型中分解部分和模糊区域竞争部分相互作用,使得提取的结构特征更有利于图像分割.为了说明这一点,这个实验将给出本文方法使用固定的参数 $\beta = 10^{-6}$,不同参数 λ 的分解结果,并比较本文方法与预处理方法.预处理方法由如下两步构成.首先使用 OSV 模型完成图像分解.其次使用稀疏正则算法对分解的结构图像进行分割.图 8(b),图 8(c)为本文方法与预处理方法的分割结果.图 8(d),图 8(e)为预处理方法得到的结构部分和纹理部分.图 8(f) ~ (i)为本文方法使

用不同参数 λ ,得到的结构部分和纹理部分.可以清楚的看到本文方法和预处理方法的不同.本文算法在迭代过程中,图像分割与图像分解是相互作用的.对比图 8(f),图 8(h)和图 8(d),可以看到本文方法优化的结构部分更接近分片常值函数,更有利于分割.

由以上两个例子可以看到,纹理尺度参数 β 和参数 λ 的不同作用,参数 β 决定了分割的尺度,参数 λ 决定了结构部分接近分片常值函数的程度.自适应选择参数是一个重要的问题,这个问题与许多变分分割方法一样,很难解决.然而针对某一实际问题,这类问题的图像具有一类或相似的特征,则本文方法的参数可以固定下来.下一个例子说明了本文算法具有一定的实用性.

针织物图像的精确分割可以使针织企业对样品进行织物分析,从而确定各种上机工艺参数.由图 9(a) (500 × 500)和图 10(a) (500 × 500)可以看到针织物实测图像中存在大量随机纱线纹理和线圈歪斜等成分(这里统称为纹理噪声).由于针织物图像中纹理噪声的存在,增加了分割的难度.为了说明本文算法具有一定的

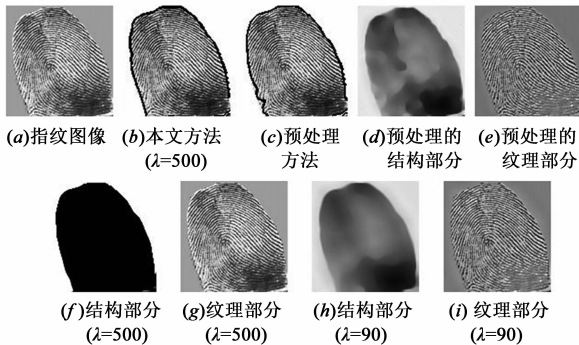


图 8 本文方法与预处理方法的比较

实用性,本文算法使用相同的参数(参数 $\lambda = 300$, 纹理尺度参数 $\beta = 10^{-3}$),对不同的针织物实测图像上进行测试.图 9 为两区域针织物图像的分割对比结果,可以看到本文算法(图 9(d))抗纹理噪声干扰的能力更强,分割结果更优.稀疏正则算法(图 9(g))和 TV 正则化算法(图 9(j))的分割结果仍然存在较多的纹理细节信息.图 10 给出了本文算法对三区域针织物图像的分割实验结果,可以看到本文算法得到了理想的结果,较好地提取了三个区域.

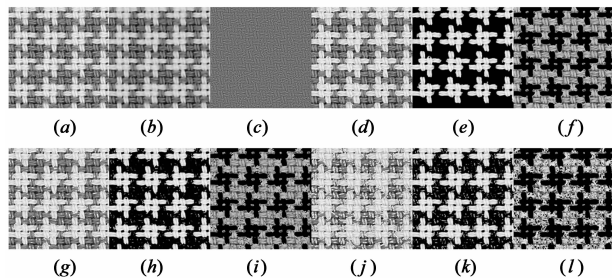


图9 两区域针织物图像的分割对比实验

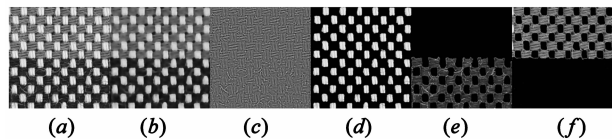


图10 三区域针织物图像的分割实验

5 结论

本文提出了基于图像分解的多区域图像分割模型,主要思想是统一图像的特征提取和图像分割,使得提取的特征更有利于图像分割.基于增广 Lagrange 乘子法,给出一种由扩散流引导的小波迭代阈值图像分割算法.该算法综合利用了偏微分方程和变分方法,扩散流有效地递减了纹理及噪声对分割的影响.通过实验验证了本文方法的有效性.本文方法可以进行更深入地扩展性研究.一方面,在本文框架下,进一步研究彩色图像的分割方法,然而采用什么样的彩色空间以及彩色图像的结构纹理如何刻画,需要更细致地考虑.另一方面,由于纹理图像的复杂性,图像中的纹理模式可能含有多种,但其灰度均值近似,将来的工作将引入新的纹理特征描述子,扩展本文方法到多纹理模式的分割.

参考文献

- [1] Vese L A, Chan T F. A multiphase level set framework for image segmentation using the Mumford and Shah model[J]. International Journal of Computer Vision, 2002, 50(3): 271 – 293.
- [2] Li C, Huang R, Ding Z, Gatenby C, Metaxas D N, Gore J C. A level set method for image segmentation in the presence of intensity inhomogeneities with application to MRI[J]. IEEE Trans Image Processing, 2011, 20(7): 2007 – 2016.
- [3] Yoon M J, Sung H K, Shen J H. Multiphase image segmentation via Modica-Mortola phase transition[J]. SIAM Journal of Applied Mathematics, 2007, 67(5): 1213 – 1232.
- [4] Mory B, Ardon R. Fuzzy region competition: A convex two phase segmentation framework[A]. International Conference on Scale Space Methods and Variational Methods in Computer Vision[C]. Ischia, Italy: Springer Berlin Heidelberg, 2007. 214 – 226.
- [5] Li F, Ng M K, Zeng T Y, Shen C L. A multiphase image segmentation method based on fuzzy region competition[J]. SIAM J Imaging Sciences, 2010, 3(3): 277 – 299.
- [6] Han Y, Wang W W, Feng X C. A new fast multiphase image segmentation algorithm based on nonconvex regularizer[J]. Pattern Recognition, 2012, 45(1): 363 – 372.
- [7] 李亚峰. 稀疏正则化的多目标图像分割变分模型[J]. 电子学报, 2013, 41(7): 1329 – 1336.
Li Yafeng. Sparsity regularized variational model for multiphase image segmentation[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(7): 1329 – 1336. (in Chinese)
- [8] Chambolle A. An algorithm for total variation minimization and applications[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2004, 20(1 – 2): 89 – 97.
- [9] Jung M, Kang M, Kang M. Variational image segmentation models involving non-smooth data-fidelity terms[J]. Journal of Scientific Computing, 2014, 59(2): 277 – 308.
- [10] Jung M, Kang M. Efficient nonsmooth nonconvex optimization for image restoration and segmentation[J]. Journal of Scientific Computing, 2015, 65(2): 336 – 370.
- [11] Sklansky J. Image segmentation and feature extraction[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1978, 8(5): 237 – 24.
- [12] Tuceryan M, Jain A K. Texture Analysis, Handbook Pattern Recognition and Computer Vision[M]. Singapore: World Scientific, 1993. 235 – 2761.
- [13] Meyer Y. Oscillating patterns in image processing and nonlinear evolution equations[A]. Lecture Series[C]. Boston: University, American Mathematical Society, 2001.
- [14] Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. Physica D, 1992, 60(124): 259 – 268.
- [15] Osher S, Sole A, Vese L. Image decomposition and restoration using total variation minimization and the H-1 Norm[J]. SIAM Multiscale Modeling and Simulation, 2003, 1(3): 349 – 370.
- [16] Goldstein T, Bresson X, Osher S. Geometric applications of the split Bregman method; Segmentation and surface reconstruction[J]. Journal of Scientific Computing, 2010, 45(1 –

3):272 – 293.

- [17] Chambolle A, DeVore R A, Lee N. Nonlinear wavelet image processing: variational problem, compression and noise removal through wavelet shrinkage [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(3): 319 – 335.
- [18] 焦李成, 谭山. 图像的多尺度几何分析: 回顾和展望 [J]. 电子学报, 2003, 31(12A): 1975 – 1981.
Jiao Licheng, Tan Shan. Development and prospect of image multiscale geometric analysis [J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(12A): 1975 – 1981. (in Chinese)

作者简介



李亚峰 男, 1977 年生于陕西省安康市, 副教授, 博士, 研究方向为图像处理与模式识别。
E-mail: liyafeng770729@126.com